Corrigé

Les solutions de l'équation $y' = ay$, où a est un réel non nul, sont définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto C\mathrm{e}^{ax}$, où C est une constante réelle. Ainsi :

1. $2y' + 3y = 0 \Leftrightarrow y' = -\frac{3}{2}y$, on est donc dans le cas $a = -\frac{3}{2}$. Les solutions de $2y' + 3y = 0$ sont donc les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto C\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}x}$, où C est un réel. On détermine C tel que $y(2) = 1 \Leftrightarrow C\mathrm{e}^{-\frac{3}{2}\times 2} = 1 \Leftrightarrow C\mathrm{e}^{-3} = 1 \Leftrightarrow C = \mathrm{e}^{3}$. Ainsi, la solution cherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \mathrm{e}^{3} \times \mathrm{e}^{-\frac{3}{2}x} = \mathrm{e}^{3-\frac{3}{2}x}$.

2. $5y' - 2y = 0 \Leftrightarrow y' = \frac{2}{5}y$, on est donc dans le cas $a = \frac{2}{5}$. Les solutions de $5y' - 2y = 0$ sont donc les fonctions définies sur $\mathbb{R}$ par $x \mapsto C\mathrm{e}^{\frac{2}{5}x}$, où C est un réel. On détermine C tel que $y(5) = \mathrm{e} \Leftrightarrow C\mathrm{e}^{\frac{2}{5}\times 5} = \mathrm{e} \Leftrightarrow C\mathrm{e}^{2} = \mathrm{e} \Leftrightarrow C = \mathrm{e}^{-1}$. Ainsi, la solution cherchée est définie sur $\mathbb{R}$ par $y(x) = \mathrm{e}^{-1} \times \mathrm{e}^{\frac{2}{5}x} = \mathrm{e}^{\frac{2}{5}x-1}$.